

PEMBELAJARAN ANUITAS YANG BERMAKNA DI SMK: DESAIN HLT BERBASIS PMRI

Yenny Anggreini Sarumaha^{1*}, Witriani Oka Dwi Saputri², Faza Fatimatuzzahro³

^{1,2,3} Jurusan Pendidikan Matematika, Universitas Cokroaminoto Yogyakarta, Yogyakarta, Indonesia

*Corresponding author: yanggreini@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbasis Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) pada materi anuitas untuk siswa kelas X SMK. Rendahnya pemahaman konseptual siswa terhadap perhitungan bunga secara bertahap menjadi latar belakang penelitian ini. Metode *design research* digunakan melalui tiga tahapan: *preliminary design*, *design experiment*, dan *retrospective analysis*. HLT dirancang dalam lima aktivitas. Implementasi pada dua kelompok siswa menunjukkan bahwa kemampuan prosedural (menghitung angsuran bulanan) tercapai dengan baik, namun pemahaman konseptual tentang perhitungan bunga bertahap masih lemah. Analisis retrospektif mengidentifikasi kesenjangan antara konjektur HLT dan pemikiran aktual siswa, khususnya pada perhitungan angsuran pokok dan bunga bulan terakhir. Revisi HLT direkomendasikan melalui penambahan pertanyaan pemandu dan visualisasi tabel amortisasi. Penelitian ini menghasilkan Local Instructional Theory (LIT) berupa HLT berbasis PMRI yang kontekstual dan prosedural, serta mengungkap bahwa kompleksitas perhitungan bunga bertahap merupakan tantangan utama yang memerlukan perhatian khusus dalam perancangan pembelajaran anuitas.

Kata Kunci: *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT), Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI), Anuitas, *Design Research*, Pemahaman Konseptual.

Abstract

This research aims to develop a *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) based on Indonesian Realistic Mathematics Education (PMRI) to enhance the understanding of tenth-grade vocational high school (SMK) students at SMK Muhammadiyah 3 Yogyakarta regarding annuity concepts. The research is motivated by the students' low problem-solving skills in mathematics, particularly when dealing with complex formulas. A *design research* method was employed, encompassing three stages: *preliminary design*, *design experiment*, and *retrospective analysis*. The developed HLT consists of five activities, starting from the analysis of real-world contexts (motorcycle credit brochures) to annuity calculations (without amortization). Implementation of the HLT in two student groups revealed varied levels of understanding; while the ability to calculate monthly installments was good, the calculation of principal and interest for the last month remained weak, indicating the need for HLT revision to strengthen the conceptual understanding of compound interest and step-by-step calculations. The research findings provide significant implications for the development of more contextual and effective financial mathematics learning.

Keywords: *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT), Indonesian Realistic Mathematics Education (PMRI), Annuity design research, conceptual understanding

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ranah keilmuan yang erat kaitannya dengan proses bernalar dan berpikir logis. Selain merupakan pondasi utama dalam perkembangan teknologi, matematika menjadi pijakan terhadap inovasi di masa kini sekaligus menawarkan kerangka solutif untuk tantangan-tantangan di masa mendatang (Dirjendiktiristek, 2025). Dampaknya, pembelajaran matematika tidak hanya bertujuan agar siswa menghafal konsep, lebih dari itu, sebagai sarana membentuk cara pandang, mengasah nalar, serta memecahkan persoalan sehari-hari secara terstruktur (Sarumaha & Rizkianto, 2025) sehingga dapat mengembangkan kapasitas berpikir kritis, analitis, sistematis, dan kreatif, yang merupakan bekal penting bagi

siswa dalam menjalani kehidupan sebagai warga negara (Sarumaha & Rizkianto, 2022). Tidak terkecuali bagi lulusan SMK yang diharapkan siap terjun ke dunia usaha/industri, matematika merupakan bekal penting siswa untuk menghadapi kehidupan sehari-hari (Wulansari et al., 2024) dan dunia kerja (Hayuni et al., 2025). Hal ini sebenarnya tidaklah mengherankan karena pembelajaran matematika di SMK memfasilitasi siswa dalam mengaitkan konsep dengan konteks nyata yang relevan dengan bidang kejuruan, termasuk matematika keuangan (financial mathematics) (Gonçalves et al., 2017; Ramadhan et al., 2024). Salah satu topik matematika yang memiliki relevansi tinggi dengan kehidupan siswa SMK adalah materi anuitas, khususnya dalam konteks kredit, pinjaman, dan perencanaan keuangan (Karmila; et al., 2023).

Aslamiyah dan Nindiasari (Aslamiyah & Nindiasari, 2025) dalam penelitiannya menemukan bahwa kemampuan pemecahan masalah matematika siswa SMK masih rendah, khususnya pada materi yang melibatkan rumus kompleks seperti bunga dan anuitas. Kondisi yang sama juga ditemukan di SMK Muhammadiyah 3 Yogyakarta. Berdasarkan hasil observasi dan wawancara dengan guru matematika di SMK Muhammadiyah 3 Yogyakarta, siswa memiliki kemampuan penyelesaian masalah matematika yang rendah. Hal ini dikarenakan penggunaan rumus yang dianggap terlalu panjang untuk memecahkan masalah suatu soal yang diberikan. Siswa cenderung malas untuk menghitung jika langkah penyelesaiannya panjang yang berdampak pada kesulitan dalam menemukan hasil akhir sehingga menyebabkan siswa kurang paham dengan materi dan mengakibatkan hasil belajar rendah. Salah satu materi yang memiliki relevansi tinggi dengan kehidupan sehari-hari adalah anuitas, yang sering digunakan dalam perhitungan keuangan seperti tabungan, pinjaman, atau investasi. Namun, pemahaman siswa terhadap materi ini seringkali terkendala karena sifatnya yang abstrak dan melibatkan rumus-rumus kompleks. Temuan ini juga diperkuat oleh temuan Karmila et al. (Karmila; et al., 2023) dan Marten et al. (Marten et al., 2022) dalam penelitiannya bahwa pemahaman siswa pada materi bunga dan anuitas masih rendah dikarenakan pembelajaran masih bersifat abstrak, siswa kesulitan menghubungkan rumus dengan konteks nyata dan rendahnya minat belajar karena matematika dianggap sulit dan tidak bermakna.

Salah satu pendekatan pembelajaran yang menerapkan konsep matematika dengan kehidupan adalah Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) (Amirah; & Wijaya, 2025; Sarumaha & Khasanah, 2025). PMRI bukanlah pendekatan baru dalam pembelajaran matematika. Perkembangan PMRI di Indonesia sendiri sudah meluas sejak beberapa dekade terakhir (Zulkardi; et al., 2020). Pendekatan yang berasal dari Belanda ini, dikenal dengan nama *Realistic Mathematics Education* (RME), didasari oleh filosofi Hans Freudenthal bahwa matematika adalah aktivitas manusia (Heuvel-Panhuizen, 2020). PMRI telah terbukti efektif dalam berbagai penelitian pada topik seperti geometri (Gravemeijer et al., 2013; Suniar et al., 2025), bilangan (Fauzan & Diana, 2020; Iswanti & Zamzam, 2025; Sarumaha et al., 2018), kalkulus (M. Doorman, 2002), dan aljabar (Ahmad & Nursyam, 2025; Mufidah et al., 2026). Aspek paling penting dari PMRI sendiri terletak pada prinsip-prinsip yang dianut dalam pendekatan ini. Sebagaimana perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, prinsip-prinsip PMRI juga berkembang dan direformulasikan dari sejak dirumuskan pertama kali oleh Treffers tahun 1987 (Van den Heuvel-Panhuizen, 2020), dalam bukunya *Three Dimensions* (Treffers, 1978).

Prinsip pertama yang dikenal dengan nama prinsip aktivitas, merupakan perwujudan dari pandangan bahwa matematika adalah aktivitas manusia, mengimpikasikan bahwa siswa adalah partisipan aktif dalam proses pembelajaran. Prinsip realitas muncul dari pemikiran bahwa matematika didasarkan pada realitas dan kemudian berkembang sejalan dengan matematisasi horizontal dan berujung pada pembelajaran matematika yang memberi siswa masalah-masalah bermakna yang bisa dimatematisasi (Bos, 2017). Sementara itu, prinsip

level atau tingkatan fokus pada ide bahwa siswa akan melalui beberapa tahap hingga memahami, dari informal, masalah berbasis konteks, ke matematika formal (Gravemeijer, 2004). Pada proses ini, model didaktis berfungsi sebagai jembatan dan menstimulasi berkembangnya matematisasi vertikal. Prinsip keterkaitan dalam PMRI menyatakan bahwa kurikulum matematika tidak dibagi-bagi ke dalam beberapa bagian, sebaliknya, fokus pada hubungan dan koherensi struktur dan konsep matematika (Sarumaha & Khasanah, 2025). Prinsip interaktivitas menekankan pada aspek sosial kognitif yang menawarkan siswa kesempatan untuk berbagi pemikiran mereka dengan siswa lainnya untuk mengembangkan ide dalam meningkatkan strategi penyelesaian masalah yang mereka gunakan dan mendalami pemahaman mereka melalui refleksi (Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Terakhir adalah prinsip bimbingan yang memberi pandangan dibutuhkan penemuan terbimbing dalam pendidikan, melalui peran guru dalam pembelajaran sejalan dengan lintasan belajar mengajar, yang merupakan skenario yang berjalan di kelas, memberikan efek ditandai dengan perubahan pemahaman siswa menjadi lebih baik (Bos, 2017).

Prinsip-prinsip dalam PMRI ini kemudian diwujudkan dalam *hypothetical learning trajectory* (HLT), dalam bahasa sebagai lintasan belajar hipotesis, yang akan digunakan di kelas. HLT didefinisikan sebagai prediksi atau antisipasi yang disiapkan guru mengenai jalur yang mungkin dilalui dalam proses belajar siswa atau bagaimana pemahaman dan pemikiran matematis siswa akan berkembang dalam konteks aktivitas tertentu (Indrawati et al., 2025; Sahara et al., 2024; Simon, 1995). Terdapat tiga komponen utama dalam HLT, yaitu tujuan belajar yang menjadi arah dari lintasan tersebut, aktivitas belajar yang dirancang untuk mencapai tujuan, dan hipotesis belajar yaitu perkiraan guru tentang bagaimana pemikiran dan pemahaman siswa berevolusi saat mereka melakukan atau mengerjakan aktivitas yang sudah dirancang (Fauzan & Diana, 2020; Simon, 1995). HLT yang dirancang dengan PMRI ini memungkinkan perancangan pembelajaran yang terstruktur dan realistis secara bersamaan (Hajriyanto et al., 2024; Hendrik et al., 2020).

Penelitian mengenai PMRI atau RME dengan menggunakan HLT sebenarnya bukanlah hal baru. Di Indonesia, selain banyaknya kajian literatur yang menunjukkan manfaat PMRI dalam pembelajaran matematika (Hanipa; et al., 2026; Haslina; et al., 2025; Muhadi et al., 2025), penelitian dengan mengimplementasikan PMRI juga dilakukan dalam pembelajaran matematika baik di sekolah dasar hingga sekolah menengah atas (Fitriani et al., 2026; Iswanti & Zamzam, 2025; Mulia & Daulay, 2026). Menggunakan berbagai konteks atau masalah yang dekat dan dengan siswa, PMRI membawa pembelajaran matematika menjadi lebih bermakna (Afriansyah, 2014; Mufidah et al., 2026; Sarumaha et al., 2018). Hasil penelitian juga menunjukkan adanya perubahan atau peningkatan pemahaman siswa dalam belajar matematika (Fredriksen, 2021; Putri et al., 2020; Uyen et al., 2021). Situasi atau konteks yang digunakan dalam penelitian tersebut juga sangat bervariasi, namun konteks menggunakan situasi seperti kredit motor untuk materi anuitas belum banyak dieksplorasi (Gonçalves et al., 2017; Karmila; et al., 2023; Marten et al., 2022). Penelitian ini mengembangkan HLT berbasis PMRI pada materi anuitas dengan konteks berupa kredit motor yang dirancang khusus untuk siswa SMK, yang sejauh penelusuran literatur masih jarang ditemukan. Penelitian berfokus pada siswa SMK sebagai subjek penelitian, di mana HLT berbasis PMRI sebelumnya lebih dominan di jenjang sekolah dasar atau sekolah menengah pertama.

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, tujuan utama dalam penelitian ini adalah mengembangkan HLT berbasis PMRI pada materi anuitas untuk siswa kelas X SMK. Secara khusus, penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan desain HLT, mengimplementasikannya dalam pembelajaran, menganalisis pemahaman siswa, mengidentifikasi kesenjangan antara desain dan implementasi, serta menghasilkan HLT revisi berdasarkan temuan di lapangan. Pertanyaan penelitian yang akan diajukan dalam penelitian

adalah (1) Bagaimana desain HLT berbasis PMRI pada materi anuitas untuk siswa kelas X SMK?, (2) Bagaimana pemahaman siswa terhadap materi anuitas setelah mengikuti pembelajaran dengan HLT berbasis PMRI?, (3) Bagaimana revisi HLT berbasis PMRI pada materi anuitas berdasarkan hasil implementasi di kelas?.

METODE

Penelitian ini menggunakan *Design Research* dengan tujuan untuk mengembangkan dan menyempurnakan HLT yang sudah dirancang (Gravemeijer & Cobb, 2006). *Design research* merupakan kegiatan merancang intervensi pendidikan secara sistematis yang terdiri dari kegiatan perencanaan, pengembangan, dan evaluasi yang bertujuan untuk memperbaiki atau meningkatkan mutu pendidikan (Susanto et al., 2024). *Design research* terdiri atas tiga tahapan meliputi: 1) persiapan penelitian (*preparing for the experiment*) atau desain awal (*preliminary design*), 2) pelaksanaan desain eksperimen (*design experiment*), atau eksperimen pembelajaran (*teaching experiment*), dan 3) analisis tinjauan/analisis data yang diperoleh dari tahap sebelumnya (*retrospective analysis*) (Bakker, 2018; Gravemeijer & Cobb, 2006).

Subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas X SMK Muhammadiyah 3 Yogyakarta pada semester genap tahun ajaran 2024/2025. Pemilihan subjek dilakukan dengan memilih siswa yang memiliki karakteristik beragam dalam kemampuan matematika (tinggi, sedang rendah) berdasarkan rekomendasi guru matematika. Jumlah subjek penelitian adalah 6 orang siswa yang dibagi menjadi 2 kelompok belajar. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas tiga jenis yaitu lembar observasi yang digunakan untuk mencatat aktivitas siswa dan guru selama pembelajaran serta interaksi yang terjadi di kelas, lembar kerja peserta didik (LKPD) berbasis PMRI yang memuat lima aktivitas pembelajaran anuitas, mulai dari analisis brosur kredit motor hingga perhitungan anuitas, dan pedoman wawancara semi terstruktur untuk menggali pemahaman konseptual siswa dan kesulitan yang dihadapi selama pembelajaran. Seluruh instrumen divalidasi oleh ahli materi dan ahli pembelajaran matematika melalui proses validasi ahli. Hasil validasi menunjukkan bahwa instrumen layak digunakan dengan beberapa revisi minor.

Prosedur penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut

1. Tahap *Preliminary Design*

Pada tahap ini, peneliti melakukan analisis kebutuhan melalui studi literatur, wawancara dengan guru matematika, serta analisis kurikulum dan kompetensi dasar materi anuitas. Berdasarkan hasil analisis, peneliti merancang HLT awal yang memuat tiga komponen utama yaitu tujuan pembelajaran, aktivitas siswa, dan konjektur pemikiran siswa. Desain HLT kemudian didiskusikan dengan tim peneliti dan guru matematika.

2. Tahap *Design Experiment*

Tahap ini dilakukan implementasi dari HLT yang sudah dirancang. Selama pembelajaran, peneliti bertindak sebagai observer yang mencatat jalannya pembelajaran dan aktivitas siswa menggunakan lembar observasi. Di akhir setiap pertemuan, peneliti melakukan wawancara dengan siswa.

3. Tahap *Retrospective Analysis*

Data yang terkumpul dari observasi, LKPD, dan wawancara dianalisis secara kualitatif. Analisis dilakukan dengan membandingkan proses belajar siswa dengan HLT yang telah dirancang. Alur pemikiran siswa, kesulitan yang muncul, dan strategi penyelesaian yang digunakan diidentifikasi untuk kemudian digunakan sebagai dasar merevisi HLT.

Analisis data dalam penelitian ini terdiri dari tiga tahapan yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Data dari observasi pembelajaran, LKPD, dan wawancara dipilih, difokuskan pada aspek-aspek yang relevan dengan pemahaman siswa

terhadap materi anuitas. Data kemudian disajikan dalam bentuk narasi deskriptif, ringkasan kinerja siswa per aktivitas, dan kutipan wawancara atau jawaban untuk menggambarkan pemahaman siswa. Kesimpulan ditarik secara bertahap dengan membandingkan HLT awal dengan implementasi aktual, kemudian diverifikasi dengan triangulasi sumber data.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Aktivitas 1: Analisis Brosur Kredit Motor

Pada aktivitas pertama, siswa diminta menganalisis brosur kredit motor dan mengidentifikasi informasi penting terkait anuitas. Siswa dibagi menjadi beberapa kelompok kecil untuk bekerja sama dalam menganalisis brosur dan menjawab pertanyaan-pertanyaan peneliti. Pada kegiatan ini, diharapkan siswa dapat menghubungkan konsep abstrak anuitas dengan situasi nyata yang familiar bagi siswa SMK. Selain merujuk pada hasil pekerjaan siswa, wawancara juga dilakukan untuk memverifikasi pemahaman siswa dalam belajar. Kelompok 1 mampu mendefinisikan anuitas sebagai pembayaran berkala yang sama besarnya untuk melunasi pinjaman, serta mengidentifikasi seluruh informasi penting seperti harga motor, uang muka, tenor, angsuran bulanan, dan suku bunga. Sebaliknya kelompok 2 hanya mendefinisikan anuitas sebagai cicilan motor dan tidak menyebutkan seluruh informasi penting dalam brosur.

Berikut ini adalah kutipan diskusi:

Peneliti : “Tahukah kamu apa itu "anuitas" berdasarkan informasi yang ada di brosur?”

Kelompok 1: "Anuitas adalah pembayaran berkala yang sama besarnya untuk melunasi suatu pinjaman, dalam hal ini pinjaman untuk membeli motor.”

Kelompok 2 : "Anuitas adalah cicilan motor.”

Peneliti : ”Informasi penting apa saja di dalam brosur yang berkaitan dengan anuitas?”

Kelompok 1 :”Informasi penting meliputi harga motor, uang muka, jangka waktu kredit, besar angsuran bulanan, dan suku bunga”.

Kelompok 2:”Informasi pentingnya adalah harga setiap motor, uang muka, dan besarnya cicilan tiap bulannya, dan waktu untuk membayar sampai lunas”.

Analisis jawaban siswa terhadap pertanyaan peneliti pada Aktivitas 1 menunjukkan adanya perbedaan tingkat pemahaman konsep anuitas. Kelompok 1 mampu berhasil mengidentifikasi seluruh komponen anuitas, sedangkan kelompok 2 belum sepenuhnya memahami peran suku bunga dalam perhitungan anuitas. Kondisi ini sejalan dengan temuan Gainsburg dan Wulansari et al. (Gainsburg, 2008; Wulansari et al., 2024) bahwa siswa sering kesulitan menghubungkan informasi kontekstual dengan konsep matematika yang relevan.

Aktivitas 1 menganalisis brosur seharusnya mampu memfasilitasi siswa untuk melakukan *guided reinvention*, penemuan kembali konsep anuitas melalui konteks nyata (Gravemeijer & Doorman, 1999). Namun, temuan ini menunjukkan bahwa tidak semua siswa mampu melakukan proses penemuan secara mandiri. Hal ini mengindikasikan bahwa HLT yang dirancang perlu memberikan *scaffolding* yang lebih eksplisit bagi siswa yang membutuhkan.

Aktivitas 2: Menghitung Total Angsuran

Siswa mampu menghitung total angsuran (anuitas) selama periode kredit dengan mengalikan angsuran bulanan dengan jumlah bulan. Aktivitas ini bertujuan untuk memperkuat pemahaman siswa tentang konsep total biaya kredit dan hubungannya dengan angsuran bulanan dan tenor kredit. Setelah menganalisis brosur kredit motor pada aktivitas 1, siswa melanjutkan dengan menghitung total angsuran yang harus dibayarkan selama masa kredit. Berikut ini adalah kutipan diskusi antara kelompok belajar siswa dengan peneliti:

Peneliti : “Berdasarkan brosur kredit motor yang telah kalian analisis pada Aktivitas 1, berapa total angsuran yang harus dibayarkan selama masa kredit?”

Kelompok 1: “Berdasarkan brosur, angsuran bulanan adalah Rp 1.733.000 dan tenor kredit adalah 11 bulan. Maka, total angsuran = Rp 1.733.000/bulan x 12 bulan = Rp 19.063.000.”

Kelompok 2: "Total angsuran adalah Rp 1.733.000"

Aktivitas 3 Menyelesaikan Soal Anuitas

Aktivitas 3 bertujuan untuk mengukur pemahaman siswa tentang: 1) Konsep anuitas dan perhitungannya, 2) Perbedaan antara angsuran pokok dan bunga dalam anuitas, 3) Pengaruh suku bunga terhadap angsuran bulanan dan total angsuran, dan 4) Kemampuan siswa dalam menerapkan rumus dan melakukan perhitungan. Berikut ini merupakan jawaban soal anuitas dari dua kelompok belajar siswa.

Handwritten mathematical solutions for an annuity problem. The left side shows a student's work for finding the monthly payment (A) given a principal (P) of 90,000,000, a rate (i) of 0.005, and a term (n) of 12. The student uses the formula $A = \frac{P \cdot i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ and calculates $A = 7,446,657.29276$. The right side shows another student's work for finding the total payment (A) given a monthly payment (A) of 1,733,000, a rate (i) of 0.005, and a term (n) of 12. The student uses the formula $A = \frac{P \cdot ((1+i)^n - 1)}{i}$ and calculates $A = 19,063,000$.

Gambar 1. Hasil Jawaban Materi Anuitas Kelompok 1

Kelompok 1 menunjukkan pemahaman yang baik dalam menghitung angsuran bulanan (A) menggunakan rumus anuitas dengan benar. Namun, mereka tidak menyelesaikan perhitungan angsuran pokok dan bunga bulan terakhir. Hal ini menunjukkan kekurangan pemahaman tentang bagaimana bunga dan angsuran pokok dihitung dalam anuitas. Kelompok 2 juga berhasil menggunakan rumus anuitas yang benar, meskipun terdapat sedikit perbedaan angka akibat pembulatan. Kelompok 2 menyelesaikan seluruh soal, tetapi pendekatan yang digunakan untuk menghitung angsuran pokok dan bunga bulan terakhir belum tepat. Mereka menghitung bunga bulan ke-12 dengan mengurangi angsuran pokok bulan ke 12 dari angsuran bulanan, tanpa memperhitungkan saldo pinjaman yang tersisa.

Temuan pada aktivitas 2 dan 3 menunjukkan adanya perbedaan antara pemahaman prosedural dan konseptual siswa. Kedua kelompok mampu menggunakan rumus anuitas untuk menghitung angsuran bulanan (pemahaman prosedural), tetapi kesulitan dalam menghitung angsuran pokok dan bunga pada bulan terakhir (pemahaman konseptual). Temuan ini menguatkan hasil penelitian Hiebert dan Carpenter (Hiebert et al., 1996) bahwa pemahaman prosedural tidak selalu diikuti oleh pemahaman konseptual yang memadai. Kesulitan siswa dalam perhitungan bunga bertahap dapat dijelaskan melalui teori beban kognitif (Sweller et al., 1983). Perhitungan anuitas melibatkan banyak langkah dan variabel seperti saldo pinjaman, suku bunga, angsuran pokok, angsuran bunga, yang harus diproses secara berkesinambungan. Bagi siswa dengan kemampuan matematis sedang ke rendah, beban kognitif dapat melampaui kapasitas memori kerja mereka, sehingga menyebabkan kesalahan dalam perhitungan. Kegagalan siswa dalam menyelesaikan perhitungan angsuran pokok dan bunga bulan terakhir juga mengindikasikan bahwa aktivitas dalam HLT yang dirancang untuk mencapai pemahaman ini kurang efektif. Pendekatan sederhana yang digunakan dengan mengasumsikan bunga tetap setiap bulannya, ternyata belum cukup untuk dapat membantu siswa memahami mekanisme perhitungan bunga secara bertahap.

Diketahui:
 $M_0 = 40.000.000$
 $n = 12$ bulan
 $i = 6\% / \text{tahun} = 6\% \cdot 12 = 0,005$

Ditanya: 1) A 2) A_{12} 3) B_{12}

Jawab:

A: $\frac{M_0 \cdot i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$

$$A = \frac{40.000.000 \times 0,005 \times (1+0,005)^{12}}{(1+0,005)^{12} - 1}$$

$$A = \frac{40.000.000 \times 0,005 \times (1,005)^{12}}{(1,005)^{12} - 1}$$

$$A = \frac{212.335.5623}{0,06167781}$$

$$A = 3.442.657$$

Solusi besar anuitas yg harus dibayarkan setiap bulan adalah Rp. 3.442.657

2. $A_1 = \frac{40.000.000 \times 0,005}{(1+0,005)^{12} - 1}$

$$= \frac{40.000.000 \times 0,005}{(1,005)^{12} - 1}$$

$$= \frac{200.000}{0,06167781}$$

$$= 3.242.657,286$$

Jadi besar anuitas pokok yg hrs di bayarkan per bulan tersebut adalah Rp 3.242.657,286

$A_{12} = A_1 \times (1+i)^{n-1}$

$$A_{12} = 3.242.657 \times (1+0,005)^{12-1}$$

$$= 3.242.657 \times (1,005)^{11}$$

$$= 3.425.529$$

$B_{12} = 3.442.657 - 3.425.529$

$$= 17.128$$

Gambar 2. Hasil Jawaban Materi Anuitas Kelompok 2

Kesenjangan antara HLT dan Implementasi Aktual

Berdasarkan perbandingan antara HLT yang dirancang dan implementasi aktual, terdapat dua kesenjangan utama. Pertama, HLT mengasumsikan bahwa siswa akan mampu melakukan *guided reinvention* melalui analisis brosur secara mandiri. Namun, temuan menunjukkan bahwa beberapa siswa memerlukan bimbingan lebih intensif dalam mengidentifikasi komponen anuitas. Kedua, HLT merancang aktivitas perhitungan bunga secara bertahap dengan pendekatan sederhana, tetapi siswa masih mengalami kesulitan dalam menerapkannya. Kesenjangan ini menunjukkan perlunya dilakukan revisi HLT pada dua aspek tersebut. Aspek pertama yaitu aktivitas analisis brosur perlu dilengkapi dengan pertanyaan pemandu yang lebih Terstruktur untuk membantu siswa mengidentifikasi seluruh komponen anuitas. Kedua, perhitungan bunga bertahap perlu disajikan dengan visualisasi yang lebih jelas, misalnya menggunakan tabel amortisasi sederhana yang menunjukkan perubahan saldo pinjaman setiap bulan. Revisi ini sejalan dengan prinsip PMRI tentang *self developed models*, di mana siswa perlu mengembangkan model matematika mereka sendiri secara bertahap dari model konteks menuju model formal (L. M. Doorman & Gravemeijer, 2009; Van den Heuvel-Panhuizen, 2003).

Secara keseluruhan, temuan penelitian ini menunjukkan bahwa HLT berbasis PMRI pada materi anuitas memiliki potensi untuk meningkatkan pemahaman siswa, terutama pada aspek perhitungan angsuran bulanan. Namun, HLT masih perlu direvisi untuk memperkuat pemahaman konseptual siswa tentang perhitungan bunga secara bertahap, khususnya bagi siswa dengan kemampuan matematis yang bervariasi.

SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan penelitian yang dilakukan dapat disimpulkan bahwa desain HLT berbasis PMRI yang dikembangkan terdiri dari lima aktivitas pembelajaran yang diawali dengan eksplorasi konteks nyata melalui brosur kredit motor, kemudian bertahap menuju perhitungan anuitas formal. Setiap aktivitas dirancang dengan tiga komponen HLT, yaitu tujuan pembelajaran, deskripsi aktivitas, dan konjektur pemikiran siswa. Desain ini mengakomodasi prinsip PMRI, terutama *guided reinvention* dan *self-developed models*, dengan menjadikan konteks brosur sebagai titik awal penemuan kembali konsep anuitas. Implementasi HLT dalam pembelajaran menunjukkan bahwa siswa mampu mengikuti alur aktivitas yang dirancang, meskipun dengan tingkat keberhasilan yang bervariasi. Seluruh

siswa dapat menghitung angsuran bulanan menggunakan rumus anuitas dengan benar, yang mengindikasikan percakapan tujuan prosedural pembelajaran. Namun, masih terdapat kesenjangan antara konjektur yang diasumsikan dalam HLT dengan realitas pemikiran siswa, khususnya pada aktivitas yang menuntut pemahaman konseptual yang lebih dalam.

Pemahaman siswa terhadap materi anuitas menunjukkan pola yang tidak merata. Kemampuan prosedural, seperti menerapkan rumus anuitas, dapat dilakukan kedua kelompok. Sebaliknya, pemahaman konseptual tentang perhitungan bunga secara bertahap dan mekanisme amortisasi peminjaman masih lemah. Siswa cenderung memahami anuitas sebagai prosedur hitung, bukan sebagai sistem pembayaran berkala yang melibatkan perubahan komposisi pokok dan bunga setiap bulan. Temuan ini menegaskan bahwa kemampuan prosedural tidak otomatis disertai pemahaman konseptual yang memadai. Analisis retrospektif mengidentifikasi ada dua kesenjangan utama antara HLT yang dirancang dengan implementasi aktual. Pertama, aktivitas analisis brosur belum cukup efektif bagi siswa dengan kemampuan matematis rendah untuk mengidentifikasi seluruh komponen anuitas secara mandiri. Kedua, pendekatan sederhana dalam perhitungan bunga belum membantu siswa memahami mekanisme perubahan saldo pinjaman setiap bulan. Berdasarkan temuan ini, HLT direvisi dengan menambahkan pertanyaan pemandu yang lebih terstruktur pada aktivitas awal dan visualisasi tabel amortisasi sederhana pada aktivitas perhitungan bunga.

Secara keseluruhan, HLT berbasis PMRI yang dikembangkan memiliki potensi untuk memfasilitasi pembelajaran anuitas yang lebih kontekstual dan bermakna, khususnya pada aspek perhitungan angsuran bulanan. Namun, untuk mencapai pemahaman konseptual yang utuh, diperlukan penguatan pada aktivitas yang menjelaskan mekanisme bunga secara bertahap, terutama bagi siswa dengan kemampuan matematis yang beragam. Penelitian ini memberikan kontribusi berupa *Local Instructional Theory* (LIT) untuk pembelajaran anuitas di SMK, sekaligus mengidentifikasi bahwa kompleksitas perhitungan bunga bertahap merupakan tantangan tersendiri yang memerlukan perhatian khusus dalam perancangan pembelajaran. Disarankan untuk mengimplementasikan HLT revisi pada skala yang lebih luas dengan jumlah subjek lebih banyak, serta menguji efektivitasnya melalui penelitian eksperimen atau *mixed-methods* untuk memperoleh gambaran yang lebih komprehensif tentang dampak HLT berbasis PMRI terhadap pemahaman anuitas.

DAFTAR PUSTAKA

- Afriansyah, E. A. (2014). What Students ' Thinking about Contextual Problems is. *International Seminar on Innovation in Mathematics and Mathematics Education 1st ISIM-MED 2014*, 279–288.
- Ahmad, S., & Nursyam, A. (2025). Literatur Review: Eksplorasi Proses Berpikir Aljabar Siswa SMK dalam Memecahkan Masalah SPLDV. *Jurnal Teori Dan Pengembangan Pendidikan*, 9(4), 42–68.
- Amirah;, & Wijaya, A. (2025). Improving Students ' Creative Thinking Skills through the Indonesian Realistic Mathematics Education in Learning Circle Concepts. *Al-Khwarizmi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 13(2), 179–192. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.24256/jpmipa.v13i2.7129> Improving
- Aslamiyah, M., & Nindiasari, H. (2025). Systematic Literature Review: Pengaruh penerapan Model Problem Based Learning terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMK. *Lebesgue: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika, Statistika*, 6(1), 287–300. <https://doi.org/10.46306/lb.v6i1>
- Bakker, A. (2018). Design Research in Education: A Practical Guide for Early Career Researchers. In *Routledge* (First, Issue 1). Routledge Taylor & Francis Group.

<https://doi.org/10.1049/ic:19990398>

- Bos, R. . (2017). Realistic mathematics education. In *Practical guide to inquiry based mathematics teaching* (C Winsløw, pp. 46–59).
- Dirjendiktiristek. (2025). *Keputusan Direktur Jenderal Pendidikan Tinggi, Sains, dan Teknologi Republik Indonesia Nomor 112/B/KPT/2025 tentang Petunjuk Teknis Rekognisi Pembelajaran Lampau pada Perguruan Tinggi*.
- Doorman, L. M., & Gravemeijer, K. P. E. (2009). Emergent Modeling: Discrete Graphs to Support The Understanding of Change and Velocity. *ZDM Mathematics Education*, 41(1), 199–211. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0130-z>
- Doorman, M. (2002). How to Guide Students ? A Reinvention Course on Modeling Motion. *Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education*, 97–114. <http://www.fi.uu.nl/~michielp/proc/docs/doorman.pdf>
- Fauzan, A., & Diana, F. (2020). Learning trajectory for teaching number patterns using RME approach in junior high schools. *Journal of Physics: Conference Series*, 1470(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1470/1/012019>
- Fitriani, I. A., Warsito, W., Iskandar, R. S. F., & Ihsan, I. R. (2026). The Effect of Realistic Mathematics Education (RME) on The Improvement of Students' Spatial Ability in Solid Geometry. *Union : Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 14(1), 46–59. <https://doi.org/10.30738/union.v14i1.22158>
- Fredriksen, H. (2021). Exploring Realistic Mathematics Education in a Flipped Classroom Context at the Tertiary Level. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(2), 377–396. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10053-1>
- Gonçalves, I. S., dos Santos Sá, M., & Sousa, O. S. (2017). An Approach to Commercial and Financial Mathematics in The Pespective of The Competencies Development Method: Contribution From The Teaching Specialization Course for Vocational Education at Senac in Amapa. *B. Téc. Senac, Rio de Janeiro*, 43(2), 70–83.
- Gravemeijer, K. (2004). Creating opportunities for students to reinvent mathematics. *ICME 10*, 1–17.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In J. van den Akker (Ed.), *Educational Design Research* (Issue May 2014, pp. 45–85). Routledge.
- Gravemeijer, K., Fauzan, A., & Plomp, T. (2013). The development of an rme-based geometry course for Indonesian primary schools. *Educational Design Research – Part B: Illustrative Cases*, 2013, 159–178. <https://research.tue.nl/files/3900348/23590380570408.pdf>
- Hajriyanto, M. H., Prabawati, M. N., & Ratnaningsih, N. (2024). Hypothetical Learning Trajectory (HLT) terhadap Kemampuan Literasi Numerasi pada Materi Lingkaran. *PTK: Jurnal Tindakan Kelas*, 4(2), 461–474. <https://doi.org/10.53624/ptk.v4i2.400>
- Hanipa;, Nusantara, D. S., & Rohati. (2026). The Role of Realistic Mathematics Education in Developing Critical Thinking Skills : A Systematic Literature Review. *Journal of Instructional Mathematics*, 7(1), 81–96. <https://doi.org/10.37640/jim.v7i1.2761>
- Haslina;, Yuniati, S., Kurniati, A., & Rahmi, D. (2025). Realistic Mathematics Education (RME) dalam Pembelajaran Matematika di Berbagai Jenjang Pendidikan (SD-SMA). *Pediaqu : Jurnal Pendidikan Sosial Dan Humaniora*, 4(4), 7607–7614.
- Hayuni, A. A., Setyaningsih, N., Murtiyasa, B., & Masduki. (2025). Hypothetical Learning Trajectory based on Realistic Mathematic Education with The Theme of Entrepreneurship to Support Students' Mathematical Communication Skills. *AIP Conference Proceedings*, November, 1–8. <https://doi.org/https://doi.org/10.1063/5.0290566>
- Hendrik, A. I., Ekowati, C. K., & Samo, D. D. (2020). Kajian Hypothetical Learning

- Trajectories dalam Pembelajaran Matematika di Tingkat SMP. *Fraktal: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 1(1), 1–11.
<https://doi.org/10.35508/fractal.v1i1.2683>
- Heuvel-Panhuizen, M. Van den. (2020). *Mathematics in Teams—Developing Thinking Skills in Mathematics Education* (M. Van den Heuvel-Panhuizen (ed.)). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-33824-4_2
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Olivier, A., & Wearne, D. (1996). Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The Case of Mathematics. *Educational Researcher*, 25(4), 12.
<https://doi.org/10.2307/1176776>
- Indrawati, S., Alim, J. A., & Fendrik, M. (2025). Designing an RME-Based Hypothetical Learning Trajectory to Enhance Mathematical Communication in Elementary Students. *International Journal of Elementary Education*, 9(3), 443–453.
- Iswanti, W., & Zamzam, K. F. (2025). Penerapan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Pada Materi Penjumlahan dan Pengurangan. *Jurnal Cakrawala Pendidikan Sekolah Dasar*, 1(1), 40–52.
- Karmila, Melisa, & Mardiyah, A. (2023). Pengembangan E-Modul Menggunakan Sigil Software Berbasis Android Pada Materi Bunga dan Anuitas. *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika*, 07(November), 2430–2436.
<https://doi.org/https://doi.org/10.31004/cendekia.v7i3.2094>
- Marten, D., Delyana, H., & Edriati, S. (2022). Pengembangan Media Pembelajaran Interaktif pada Materi Bunga Tunggal Majemuk da Anuitas Siswa Kelas XI Kuliner SMK Negeri 6 Padang. *Pedagogy*, 9(1), 130–146.
- Mufidah, R. A., Setiawan, A., Azizah, I. N., & Choirudin. (2026). Efektivitas Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) untuk Meningkatkan Minat dan Hasil Belajar Matematika Siswa. *Numerical: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 10(1), 1–6.
- Muhadi, A., Wahyudin, & Arisetyawan, A. (2025). Realistic Mathematical Approach to Improve Elementary Students' Understanding of Fraction Concepts, Mathematical Thinking, and Collaboration: Systematic Literature Review. *Jornal of Innovation and Research in Primary Education*, 4(3), 1763–1775.
<https://doi.org/doi.org/10.56916/jirpe.v4i3.1664>
- Mulia, H. R., & Daulay, D. (2026). Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia PMRI): Strategi Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa di Sekolah Dasar. *TAKUANA: Jrnal Pendidikan, Sains, Dna Humaniora*, 4(4), 1149–1160.
<https://doi.org/10.56113/takuana.v4i4.156>
- Putri, D. A., Susanti, V. D., & Apriandi, D. (2020). Pengembangan Modul Berbasis RME untuk Meningkatkan Kemampuan Literasi Matematika Siswa Kelas XI SMK. *Prima Magistra: Jurnal Ilmiah Kependidikan*, 1(2), 138–146.
<https://doi.org/10.37478/jpm.v1i2.470>
- Ramadhan, M. H., Zulkardi, Putri, R. I. I., & Resti, Y. (2024). Designing a Financial Mathematical Task for Vocational High School Using Saving and Stock Context. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 18(2), 149–162.
<https://doi.org/https://doi.org/10.22342/jpm.v18i2.pp149-162>
- Sahara, S., Juandi, D., Turmudi, T., Hendriyanto, A., Hakim, L., Muhaimin, & Bulus, M. D. (2024). Geometric Reasoning to Reinventing Quadratic Formula: The Learning Trajectory on Realistic Mathematics Education Principles. *Mathematics Teaching Research Journal*, 16(3), 164–196.
- Sarumaha, Y. A., & Khasanah, N. D. M. (2025). Identifying Students ' Numeracy Skills

- through Realistic Mathematics Education. *PLUS MINUS: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(March), 55–68.
<https://doi.org/https://doi.org/10.31980/plusminus.v5i1.2553>
- Sarumaha, Y. A., Putri, R. I. I., & Hartono, Y. (2018). Percentage Bar: A Model for Helping Fifth Grade Students Understand Percentages. *Mosharafa*, 7(2), 155–166.
- Sarumaha, Y. A., & Rizkianto, I. (2022). PROMOTING MATHEMATICAL JUSTIFICATION THROUGH. *JUPITEK; Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 83–94.
- Sarumaha, Y. A., & Rizkianto, I. (2025). *Perancangan Soal Literasi Numerasi: Komponen dan Faktor yang Mempengaruhi Kinerja Guru*. 6(1), 471–481.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114–145.
- Suniar, A. D., Luthfiana, M., & Refianti, R. (2025). Systematic Literature Review: Desain LKPD Berbantuan GeoGebra Menggunakan Pendekatan PMRI terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep. *Symmetry: Pasundan Journal of Research in Mathematics Learning and Education*, 10(2), 213–224.
<https://doi.org/10.23969/symmetry.v10i2.34825>
- Susanto, J., Lauren, T., & Tamalene, H. (2024). Pengembangan Hypothetical Learning Trajectory Pada Materi Luas Persegi Dan Persegi Panjang Melalui Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) Di Siswa Kelas IV MIS Al-Hilaal Wanakarta. *Jurnal Pendidikan Matematika Unpatti*, 5(2), 79–87.
- Sweller, J., Mawer, R. F., & Ward, M. R. (1983). Development of Expertise in Mathematical Problem Solving. *Journal of Experimental Psychology General*, 112(4), 639–661.
<https://doi.org/10.1037/0096-3445.112.4.639>
- Treffers, A. (1978). *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction - The Wiskobas Project* (A. . Bishop (ed.)). D. Reidel Publishing Company.
- Uyen, B. P., Tong, D. H., Loc, N. P., & Thanh, L. N. P. (2021). The effectiveness of applying realistic mathematics education approach in teaching statistics in grade 7 to students' mathematical skills. *Journal of Education and E-Learning Research*, 8(2), 185–197.
<https://doi.org/10.20448/JOURNAL.509.2021.82.185.197>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The Didactical Use of Models in Realistic Mathematics Education: An Example from A Longitudinal Trajectory on Percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 9–35.
<https://doi.org/10.4049/jimmunol.143.1.379>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2020). Seen Through Other Eyes: Opening up new vistas in Realistic Mathematics Education through visions and experiences from other countries. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics : Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education. ICME-13 Monographs* (pp. 1–20). Springer Nature, Cham.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1>
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 521–525). Springer Dordrecht Heidelberg. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8>.
- Wulansari, M., Prasetyowati, D., & Purnamasari, I. A. (2024). Analisis Kemampuan Numerasi Siswa SMP Dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau Dari Motivasi Belajar. *Seminar Nasional ...*, 4(2), 225–233.
- Zulkardi,;, Putri, R. I. I., & Wijaya, A. (2020). *Two Decades of Realistic Mathematics Education in Indonesia* (M. Van Den Heuvel-Panhuizen (ed.); Internatio). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1_9